

Значещи цифри

Всяко число съдържа в себе си определена информация. Когато числото е експериментален резултат, получен чрез измерване или изчисление, информацията в него трябва да е достоверна и да характеризира еднозначно определяната величина. В някои случаи такива числа се смятат за абсолютно достоверни (брой опити, брой теглилки, и други), но в повечето случаи числата се характеризират с определена неопределеност. Измервайки която и да е величина, експериментаторът получава набор от цифри от показанията на уреда или след изчисления. Техният брой зависи от възможностите на калкулатора или на измервателния уред. Тук възниква въпросът с колко цифри да се запише полученото число, така че да има физически смисъл и да съответства на измерването. Затова е прието резултатите от опити – физични, химични и биологични, да се записват само със значещи цифри.

Определение: Значещи цифри – това са всички достоверни цифри плюс първата от недостоверните. Последната цифра се закръгля спрямо цифрата преди нея. Прието е при закръгляне да се пише знак за равенство:

$$2,34\bar{5} = 2,35 \qquad 2,34\bar{4}6 = 2,34, \text{ не } 2,3446 = 2,345 = 2,35$$

Само крайния резултат от изчисленията или измерванията се закръгля, иначе с всяко закръгляне на междинен резултат следващият междинен резултат се получава все по-неточен.

Цифрата нула е значеща, когато се намира след значещи цифри.

2,3700 е с 5 значещи цифри. $1,0 \cdot 10^5$ е с две значещи цифри.

Ако $1,0 \cdot 10^5$ се запише като 100 000, излиза че това число е с 6 значещи цифри, а всъщност е само с две. Така че се предпочита всички числа да се записват в стандартен запис.

Цифрата нула не е значеща, ако пред нея няма значещи цифри.

0,005 е с една значеща цифра.

Правила за броя на значещите цифри (значност на резултата) при извършване на аритметични действия

- **Събиране/ изваждане**

$$124 + 2,13 - 24,4 = 101,73 = 102$$

Първо числата се привеждат в такъв вид, че степените на 10 в запис на всяко са еднакви и резултатът се записва с толкова цифри след десетичната запетая, колкото има числото с най-малко цифри след десетичната запетая.

$$1,109 \cdot 10^{-3} - 5,67 \cdot 10^{-4} + 1,0 \cdot 10^{-2} = 0,1109 \cdot 10^{-2} - 0,0567 \cdot 10^{-2} + 1,0 \cdot 10^{-2} = 1,0542 \cdot 10^{-2} = 1,1 \cdot 10^{-2}$$

- **Умножение/ деление**

$$\frac{2,13 \cdot 10^7 \cdot 3,1415}{9,917 \cdot 10^{-3}} = 6,7473984 \dots \cdot 10^9 = 6,75 \cdot 10^9$$

Резултатът от това действие се записва с броя значещи цифри на числото с най-малко значещи цифри.

- **Степенуване/ коренуване**

При действие степенуване се умножава числото n на брой пъти по самото него. При степенуване с цяло число степенен показател резултатът трябва да се запише обикновено с една значеща цифра по-малко, а при коренуване – т.е. степенуване с дробен показател – с една значеща цифра повече.

$$2,34^2 = 5,4756 = 5,5, \text{ ако се изпълнява другото правило.}$$

При коренуване се намира числото, което, повдигнато на степен коренния показател, дава числото под корена.

$$\sqrt{13,27} = 13,27^{\frac{1}{2}} = 3,642801120 \dots = 3,6428$$

Ако се повдигне резултата от това действие на втора степен, трябва да се получи отново 13,27 със същия брой значещи цифри.

$$3,6428^2 = 13,26999 \dots = 13,27$$

За да се получи числото под корена с 4 значещи цифри, трябва и резултатът от коренуването да е с пет значещи цифри. Следователно, при действие коренуване броят на значещите цифри се увеличава с 1.

- **Логаритмуване/ антилогаритмуване**

От определението за логаритъм: $\log_a y = x \Leftrightarrow y = a^x$ ще се изведе правилото за броя на значещите цифри. Нека $a = 10$, $\log_{10} y = \lg y$.

$$x = 2,017 \rightarrow y = 10^{2,017} = 10^{2+0,017} = 10^{0,017} \cdot 10^2 = 1,04 \cdot 10^2$$

Когато основата на логаритъма се повдига на степен, резултатът е с една значеща цифра по-малко от степенния показател, тъй като първата значеща цифра от степенния показател показва порядъка на числото и тя става незначеща. В $10^{0,017}$ има три значещи цифри, защото нулата действително се намира между две значещи цифри в 2,017, следователно и тя е значеща.

Ако се логаритмува резултатът от последното изчисление, трябва да се получи отново 2,017:

$$\lg 1,04 \cdot 10^2 = \lg 10^2 + \lg 1,04 = 2 + 0,017033339 \dots = 2,017$$

Тук броят на значещите цифри се увеличава с една заради порядъка на числото под знака на логаритъма.

Същите правила важат за логаритми с всякаква основа.

Упражнение: С колко значещи цифри са записани стойностите на следните величини:

1. $l = 1,0m$
2. $S = 1,05cm^2$
3. $I = 1,22 \cdot 10^{-3}A$
4. $m = 0,002kg$
5. $v = 1,005 m/s$
6. $V = 0.01011dm^3$
7. $Q = 1,00 \cdot 10^3J$

• **Значещи цифри при преобразуване на мерни единици:**

При преобразуване на мерни единици броят на значещи цифри се запазва, примерно $l = 15,4km = 15,4 \cdot 1000m = 1,54 \cdot 10^4m$

Действително новата стойност се получи след като умножихме предишната с 1000. Колко значещи цифри има в 1000? По определение един километър има точно 1000 метра, като това 1000 не се измерва, тоест то не променя броя на значещите цифри. Може да си го представите и като 1000 с безкрай много нули след десетичната запетая.

При мерните единици за време е абсолютно същото. Така че, ако искате да превърнете скоростта от 5. от метри в секунда в километри в час, броя на значещите цифри не се променя.

$$v = 1,005 \frac{m}{s} = 1,005 \frac{\frac{1}{1000} km}{\frac{1}{3600} h} = 1,005 \cdot \frac{3600}{1000} km/h = 3,618 km/h$$

Упражнение: Извършете посочените действия и запишете отговора с правилния брой значещи цифри.

$$1. \sqrt{1,097 \cdot 10^2} + 1,48 =$$

$$2. \frac{1,013 \cdot 10^5 \cdot 276,15}{273,15} =$$

$$3. 6,54 \cdot 10^{-4} + 2,1907 \cdot 10^{-5} =$$

$$4. 2,1,128 - \frac{2,56 \cdot 10^3}{1,023 \cdot 10^3} =$$

$$5. \frac{1}{298,15K} - \frac{1}{373,15K} = 3,3540 \cdot 10^{-3} - 2,6799 \cdot 10^{-3} = 0,6741 \cdot 10^{-3} = 6,741 \cdot 10^{-4} K^{-1}$$

$$6. \frac{2,28 \cdot 10^{-7} \cdot 0,32 \cdot 10^{-3}}{4,51 \cdot 10^{-3} + 0,32 \cdot 10^{-3}} =$$

$$7. \lg 2,14 \cdot 10^2 + \lg \frac{0,101}{0,212} =$$

$$8. e^{\frac{90,0 \cdot 10^3}{8,314 \cdot 273,15}} =$$

$$9. \sqrt{\frac{1}{3,789 \cdot 10^{-3}} + \frac{1}{3,75 \cdot 10^{-3}}} =$$

За какво ни служат тези значещи цифри?

С помощта на тези правила знаем с колко значещи цифри трябва да се напише резултата от дадено изчисление, който да дава информация и с каква точност се работи. Примерно при титруване обемите, които се измерват с фол-пипети или с бюрета, са с точност до 0,01ml. Следователно при измерване на обем от точно 5 мл с фол-пипета този обем трябва да се запише като: $V = 5,00ml$

Ако за титруването на някакъв разтвор са изразходвани точно 12,1ml от бюретата, то обемът трябва да се запише като: $V = 12,10ml$

Ето защо знанията ви за значещите цифри са от значение при подготовката за EUSO или друго международно състезание.